

Analyse combinatoire

Permutation de n éléments

Exemple : soit un ensemble de 3 éléments a, b, c ;

les permutations possibles sont :

(a,b,c) (b,a,c) (b,c,a) (a,c,b) (c,a,b) (c,b,a)

le nombre de permutation est 6, c'est-à-dire $3 \times 2 \times 1$ (trois possibilité de placer a ; pour chacune 2 possibilité de placer b puis pour chacune 1 possibilité de placer c)

Pour n éléments le nombre de permutations est

$$1 \times 2 \times 3 \times \dots \times n = n! \quad (\text{lire } \text{factorielle } n)$$

Arrangement de k parmi n

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

Exemple : si on tire 2 éléments parmi 4 (a,b,c,d) on a $4 \times 3 = 12$ possibilités puisque à chacun des quatre éléments on peut associer l'un des trois autres :

(a,b) (a,c) (a,d) (b,a) (b,c) (b,d) (c,a) (c,b) (c,d) (d,a) (d,b) (d,c)

Combinaison de k parmi n

$$C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!k!}$$

Contrairement aux arrangements, les combinaisons sont des dispositions d'objets qui ne tiennent pas compte de l'ordre de placement de ces objets.

Par exemple, si a, b sont des boules tirées d'une boîte, (a,b) et (b,a) correspondent au même tirage.

Il y a donc moins de combinaisons que d'arrangements.