Effet de la dilatation gravitationnelle des durées entre votre tête et vos pieds.

Consigne : individuel puis mise en commun en groupe **(1h)**

Il s'agit de vérifier les propositions du texte suivant.

Document disponible : **[einstein horloge.pdf]**

On sait que l'effet de dilatation gravitationnelle des durées se traduit par la relation approximative suivante dans les conditions terrestres (R étant le rayon terrestre moyen, M la masse de la Terre et h l'altitude par rapport au sol) :

$$\frac{\Delta t_1 - \Delta t_2}{\Delta t_2} \approx \frac{GM}{c^2}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) = \frac{GM}{c^2}\left(\frac{1}{R+h} - \frac{1}{R}\right) < 0$$

A l'altitude h la durée mesurée d'un évènement, Δt_1, est plus petite que celle mesurée au niveau du sol, Δt_2. C'est donc le cas entre votre tête et vos pieds !!!

On peut poursuivre les approximations sachant que h <<< R :

$$\frac{1}{R+h} = \frac{1}{R}\left(\frac{1}{1+\frac{h}{R}}\right) \approx \frac{1}{R}\left(1 - \frac{h}{R}\right)$$

Alors :

$$\frac{\Delta t_1 - \Delta t_2}{\Delta t_2} \approx \frac{GM}{c^2}\left(\frac{1}{R+h} - \frac{1}{R}\right) \approx \frac{GM}{c^2}\left(\frac{1}{R}\left(1 - \frac{h}{R}\right) - \frac{1}{R}\right) = -\frac{GMh}{R^2c^2}$$

Or le terme $\frac{GM}{R^2}$ correspond en fait au champ de gravitation terrestre moyen au niveau du sol, dont la valeur est g = 9,8 m.s^{-2}.

Alors :

$$\frac{\Delta t_1 - \Delta t_2}{\Delta t_2} \approx -\frac{gh}{c^2}$$

Un petit calcul (avec c = 3 x 10^{8} m.s^{-1}) donne, pour une hauteur de 1,8 m, un effet relatif égal à :

$$\boldsymbol{\frac{\Delta t_1 - \Delta t_2}{\Delta t_2} \approx -\frac{gh}{c^2} = -9{,}8\,x\,\frac{1{,}8}{9x10^{16}} \approx -2x10^{-16}\,s}$$

Sur une durée de vie de 100 ans (3x10^{9} s) on obtient :

$$\boldsymbol{\Delta t_1 - \Delta t_2 \approx -2x10^{-16}\,x\,3x10^{9} = -6\,x\,10^{-7}\,s}$$

La durée de vie mesurée par vos pieds est plus longue de 0,6 millionième de seconde !!!