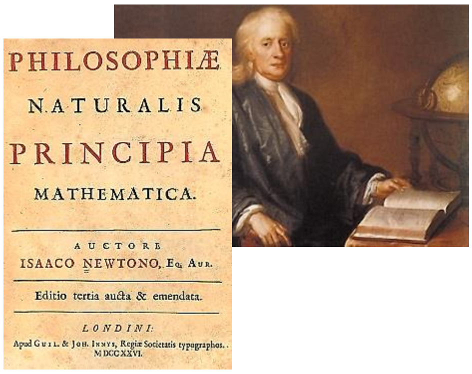
Energie cinétique : pourquoi ½ m V^2 ?

Objectif : **expliquer d'où provient l'expression ½ m V^2 qu'on appelle l'énergie cinétique d'un point matériel de masse m et de vitesse V (dans le référentiel choisi).**

Consigne 1 individuel **(10 min)**



"Tout corps persévère dans son état de repos ou de mouvement uniforme en ligne droite à moins qu'il ne soit déterminé à changer cet état, par des forces agissant sur lui." **NEWTON** (1687).

Donner la traduction mathématique actuelle de cette proposition de Newton (seconde loi) et préciser les définitions des termes de l'expression mathématique utilisée.

Consigne 2 individuellement **(20 min)**

Il s'agit d'une étude théorique : on envisage un objet ponctuel de masse m soumis à une force F sur un petit déplacement **ds = V dt**. On appelle **travail élémentaire** de la force F l'expression **dW = F.ds.**

Utiliser la seconde loi de Newton et poursuivre le développement en considérant un déplacement de la position s_1 à la position s_2, qui s'accompagne d'une variation de vitesse de V_1 à V_2.

On pourra s'inspirer du texte ci-dessous.

Théorème des forces vives.

Ernst Mach. *La Mécanique : Exposé historique et critique de son développement.* 1904.

On sait que Huygens est le premier qui ait fait usage du théorème des forces vives. Pour une généralité plus grande de l'expression qu'il en avait donnée, Jean et Daniel Bernoulli ne devaient y rajouter que très peu de chose. Soient p, p', p''… les poids des masses m, m', m''…, liées entre elles ou non, h, h', h''… les hauteurs de chute et v, v', v''… les vitesses acquises ; on a l'équation :

$$\Sigma ph = ½\ \Sigma mv^2.$$

Si les vitesses initiales ne sont pas nulles, et sont v_0, v_0', v_0''… le théorème s'exprime alors par l'accroissement de la force vive par le travail effectué, sous la forme :

$$\Sigma ph = ½\ \Sigma m(v^2 - v_0^2)$$

Le théorème subsiste lorsque p, p', p''… ne représentent plus des poids mais des forces constantes quelconques, et que h, h', h''… représentent, non plus des hauteurs verticales de chute, mais bien des chemins quelconques parcourus dans les directions des forces. S'il s'agit de forces variables, on doit remplacer les produits ph, p'h'…, par les expressions $\int p\,ds$, $\int p'ds'$ dans lesquelles p représente la force variable et ds le chemin élémentaire parcouru dans sa direction ; on a alors

$$\int p\,ds + \int p'ds' + \ldots = ½\ \Sigma m(v^2 - v_0^2)$$

ou

$$\Sigma \int p\,ds = ½\ \Sigma m(v^2 - v_0^2).$$