

Vitesse

Une définition formelle a longtemps manqué à la notion de vitesse, car les mathématiciens s'interdisaient de faire le quotient de deux grandeurs non homogènes. Diviser une distance par un temps leur paraissait donc aussi faux que pourrait nous sembler aujourd'hui la somme de ces deux valeurs.

C'est ainsi que pour savoir si un corps allait plus vite qu'un autre, Galilée (1564-1642) comparait le rapport des distances parcourues par ces corps avec le rapport des temps correspondant.

VITESSE :

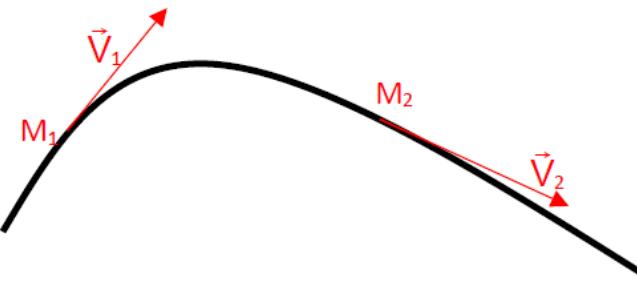
Il faut distinguer deux types de vitesse :

- **LA VITESSE MOYENNE** : elle se calcule en divisant la distance parcourue par le temps de parcours. Si un véhicule effectue 25 km en 15 minutes sa vitesse moyenne est de 100 km h^{-1} .
- **LA VITESSE INSTANTANEE** : elle est définie à un instant précis ; c'est celle qu'indique le compteur d'une automobile. C'est cette définition qui est utilisée en physique. En effet elle permet une description complète d'un mouvement, contrairement à la vitesse moyenne.

C'est le rapport d'une petite longueur dx sur le temps dt mis pour la parcourir : $\mathbf{V} = \frac{d\mathbf{x}}{dt}$

Ceci correspond à la notion mathématique de DERIVEE

VECTEUR VITESSE



Point d'application : la position du mobile correspondant au calcul de la vitesse

Direction : tangente à la trajectoire

Sens : sens du mouvement

Norme : valeur numérique de la vitesse instantanée

On peut « approcher le vecteur vitesse d'un point à l'aide du vecteur déplacement $\overrightarrow{MM'}$, où M et M' sont les positions successives à des instants voisins séparés de Δt . » (Programme de physique-chimie de seconde générale et technologique – 2019).

$$\overrightarrow{\mathbf{V}} \approx \frac{\overrightarrow{MM'}}{\Delta t}$$

ACCELERATION : variation de la vitesse

Varignon définit également la notion d'accélération. L'accélération traduit la variation de la vitesse. C'est aussi une grandeur INSTANTANEE. Donc c'est la dérivée de la vitesse : $\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{V}}{dt}$

On définit également le **vecteur accélération** comme dérivée du vecteur vitesse et l'approcher par :

$$\overrightarrow{\mathbf{a}} \approx \frac{\overrightarrow{\Delta \mathbf{V}}}{\Delta t} = \frac{\overrightarrow{\mathbf{V}}_{M'} - \overrightarrow{\mathbf{V}}_M}{\Delta t}$$

<https://fr.wikipedia.org/wiki/Vitesse>

Une définition formelle a longtemps manqué à la notion de vitesse, car les mathématiciens s'interdisaient de faire le quotient de deux grandeurs non homogènes. **Diviser une distance par un temps leur paraissaient donc aussi faux que pourrait nous sembler aujourd'hui la somme de ces deux valeurs.** C'est ainsi que pour savoir si un corps allait plus vite qu'un autre, Galilée (1564-1642) comparait le rapport des distances parcourues par ces corps avec le rapport des temps correspondant. Il appliquait pour cela l'équivalence suivante :

$$\frac{s_1}{s_2} \leq \frac{t_1}{t_2} \Leftrightarrow \frac{s_1}{t_1} \leq \frac{s_2}{t_2}$$

La notion de **vitesse instantanée** est définie formellement pour la première fois par Pierre Varignon (1654-1722) le 5 juillet 1698, comme le rapport d'une longueur infiniment petite dx sur le temps infiniment petit dt mis pour parcourir cette longueur. Il utilise pour cela le formalisme du **calcul différentiel** mis au point quatorze ans plus tôt par Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716).



Leibniz



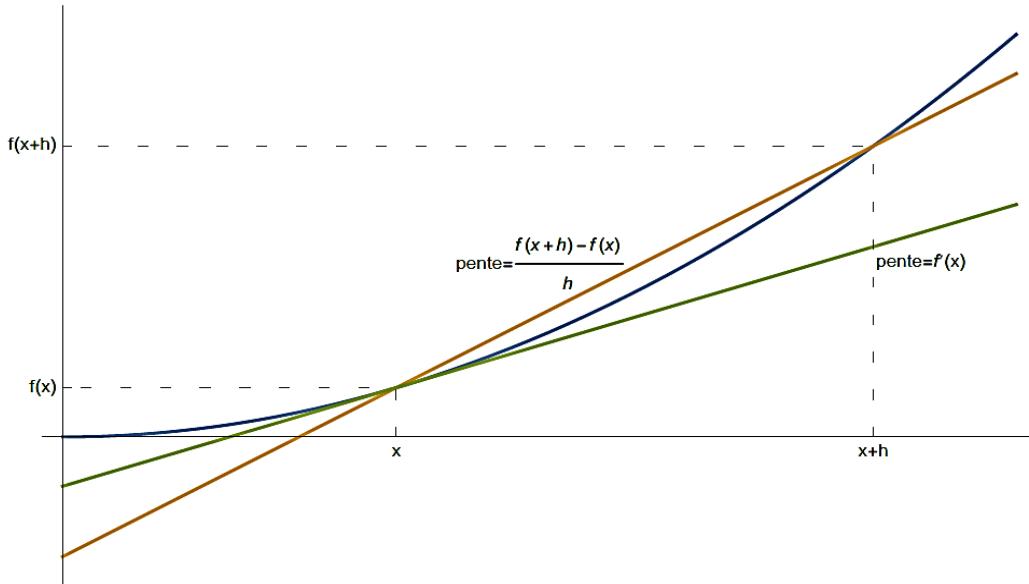
Varignon

<https://www.delete.name/marcel/sec2/applmaths/csud/index.html>

Dérivée d'une fonction (rappels de mathématiques)

On appelle "sécante" la droite qui joint les deux points $(x, f(x))$ et $(x+h, f(x+h))$. Sa pente est

$$\frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$



Lorsque h tend vers 0, la sécante tend vers la tangente à f en x . La pente de cette tangente est appelée "dérivée de f en x "

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

Autre notation (inspirée de $\frac{\Delta f}{\Delta x}$ pour $\Delta x \rightarrow 0$)

$$\frac{df}{dx} = f'$$