

## Les solides platoniciens et l'harmonie du monde

Anna Maria Lombardi. Les génies de la science N°8 - Août 2001. Revue pour la science. [EXTRAITS]

**Le *Mysterium*, premier livre de Kepler.** *Jeune professeur de mathématiques à Graz, Kepler conçoit, en 1595, un modèle géométrique de l'Univers fondé sur les solides platoniciens. Les lois de l'Univers doivent traduire la volonté divine.*

L'introduction du *Mysterium* explique d'abord la naissance du livre, autour d'une réflexion sur trois questions :

1. Pourquoi existe-t-il un tel nombre de planètes?
2. Pourquoi sont-elles disposées à ces distances du Soleil?
3. Pourquoi, enfin, se déplacent-elles à ces vitesses?

Répétons-le : de nos jours, la seule question sensée est la troisième, liée aux deuxième et troisième lois de Kepler. Or, aux yeux de Kepler, ces trois questions sont d'égale importance : si le Système solaire a été créé d'une certaine façon, pense-t-il, chacun de ses éléments a une signification précise ; l'astronome, en déchiffrant la perfection des lois célestes, permet à l'humanité de lire la signature de Dieu. Cette régularité, à jamais contenue dans l'harmonie de la Création, est un message divin adressé à l'homme.

Toujours dans l'introduction, Kepler explique son adhésion au modèle de Système solaire présenté par Copernic dans le *De Revolutionibus* de 1543. Copernic, selon Kepler, atténue l'angoisse émerveillée que nous éprouvons face au mouvement des planètes : notre trouble n'est dû qu'à notre ignorance des causes d'un tel mouvement et ce qui semble injustifié dans le Système ptoléméen est parfaitement décrit dans le Système copernicien.

[...] Kepler tente, à partir du dessin qu'il a tracé sur le tableau, de relier les distances des planètes par rapport au Soleil (déduites des données de Copernic) et les polygones réguliers inscrits ou circonscrits à une sphère. Malheureusement, le nombre de polygones réguliers est infini et il n'existe aucune règle qui sélectionne un nombre particulier de planètes.

*Les solides platoniciens et les sphères des planètes.* Une inspiration illumine la pensée de Kepler : il faut passer de deux à trois dimensions, du cercle à la sphère, des polygones aux polyèdres. Il n'existe que cinq polyèdres réguliers (connus depuis des siècles sous le nom de «solides platoniciens») et six planètes dans le Système solaire copernicien. Ainsi, Kepler imagine un Système solaire «à emboîtement», où les sphères qui représentent les orbites des planètes alternent avec des solides idéaux parfaits dont, pour chacun, la sphère tangente intérieure symbolise la sphère «orbitale» d'une planète et la sphère extérieure, celle de la planète suivante (dans l'ordre des distances par rapport au Soleil).

**Musique du ciel et Harmonie du monde.** *À la recherche d'un modèle cohérent de l'Univers fondé sur les règles de l'Harmonie, Kepler découvre, en 1618, sa troisième loi.*

[...] Kepler aborde alors la dernière étape de son parcours vers une Harmonie céleste, qui le conduira à sa «troisième loi». Il est désormais inévitable de rechercher une dépendance harmonique entre les rayons moyens des orbites des planètes et les vitesses de celles-ci. D'une part, la tradition soutient qu'il existe une relation entre les rayons des orbites et les intervalles musicaux, mais Kepler démontre qu'il est impossible de les relier directement ; d'autre part, il met en évidence l'Harmonie qui relie les vitesses minimales et maximales des planètes. Ainsi, le lien entre les rayons des orbites et l'Harmonie doit passer par les vitesses, plus précisément par une loi proportionnelle entre les vitesses (et donc, les périodes de révolution) et les rayons des orbites.

[...] Selon plusieurs historiens des sciences, néanmoins, Kepler sait déjà que sa relation n'est qu'une première approximation et recherche depuis des années la formulation correcte. Les équations (1) et (2)\*, qui semblent encadrer la solution, sont faites sur le même modèle,  $T_1/T_2 = (r_1/r_2)^k$ , avec  $k = 1$  ou  $2$  ; Kepler aurait testé des exposants  $k$  compris entre 1 et 2... voire favorisé, a priori, certains d'entre eux. En effet, si la plupart des reconstitutions historiques considèrent que Kepler a obtenu l'exposant correct,  $k = 3/2$ , après de multiples tentatives, certains historiens des sciences, dont Alexandre Koyré, jugent le procédé bien peu keplérien, et pensent que les intérêts harmoniques de l'astronome inspirèrent sa recherche.

\* La dépendance linéaire ( $T_1/T_2 = r_1/r_2$ ), équation (1) était trop faible pour rendre compte des observations, la dépendance quadratique ( $(T_1/T_2)^{1/2} = r_1/r_2$ ), équation (2) péchait dans l'autre sens.