

# Mécanique classique

Les changements qui arrivent dans le mouvement sont proportionnels à la force motrice ; et se font dans la ligne droite dans laquelle cette force a été imprimée.

**Newton.** *Principes mathématiques de la philosophie naturelle.* Traduction du latin en français d'Émilie du Chatelet (1756) : *Corpus omne perseverare in statu suo quiescendi vel movendi uniformiter in directum, nisi quatenus a viribus impressis cogitur statum illum mutare.*

**Seconde loi de Newton** dans un référentiel galiléen :

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(\sum m_i \vec{V}_i)}{dt}$$

Le terme vectoriel  $\sum m_i \vec{V}_i$  (somme sur l'ensemble des « points matériels » qui constituent le système) est appelé **quantité de mouvement**  $\vec{p}$ .

La quantité de mouvement d'un système de points matériels, de masse totale  $m$ , est la même que celle **d'un point matériel de même masse et situé au centre d'inertie G**.

Pour un **système isolé** la quantité de mouvement est constante.

Donc pour le **choc de deux objets isolés** :  $m_1 \vec{V}_1 + m_2 \vec{V}_2 = \text{cste}$

## Théorème d'énergie

Variation de l'énergie d'un système :  $\Delta E_{\text{totale}} = \Sigma W_F + \Sigma Q$  (travaux des forces et chaleur).  $E_{\text{totale}}$  est la somme de **l'énergie interne** du système (elle-même somme des énergies cinétiques et potentielles internes au niveau microscopique) et des **énergies cinétiques et potentielles** (au niveau macroscopique).

Pour un **choc élastique de deux objets isolés**, l'énergie cinétique totale est constante :

$$\frac{1}{2}m_1 V_1^2 + \frac{1}{2}m_2 V_2^2 = \text{cste}$$

## Le langage énergétique

C'est l'allemand Leibniz qui proposa la première formulation mathématique de la « force vive » vers 1680. Il considéra que dans de nombreux systèmes mécaniques (contenant plusieurs masses  $m_i$  de vitesse  $v_i$ ) la quantité  $\sum_i m_i v_i^2$  était conservée. Il appela cette grandeur **vis viva** ou **force vive**.

La **force vive** commença à être appelée **énergie** pour la première fois par Young en 1807. La redéfinition de l'**énergie cinétique** en  $\frac{1}{2} \sum_i m_i v_i^2$  fut la conséquence de travaux de Coriolis et Poncelet sur la période 1819-1839.

### Mais d'où vient $\frac{1}{2} m \cdot V^2$ ?

---

Le théorème de l'énergie cinétique se démontre à partir de la seconde loi de Newton.

Utilisons son expression la plus simple, sous forme non vectorielle, pour un point matériel de masse constante soumis à une force unique  $F$  :

$$F = \frac{dp}{dt} = m \frac{dV}{dt}$$

Pour un déplacement élémentaire  $dx = V dt$  le travail élémentaire  $dw$  effectué par la force  $F$  est :

$$dw = F dx = m \frac{dV}{dt} V dt = m V dV$$

Alors sur un déplacement de  $x_1$  à  $x_2$  :

$$W_F = \int_{x_1}^{x_2} dw = \int_{v_1}^{v_2} m V dV = \frac{1}{2} m V_2^2 - \frac{1}{2} m V_1^2$$

## LES LOIS DE NEWTON DE LA MECANIQUE CLASSIQUE

- première loi de Newton ou principe d'inertie :

$$\text{Si un système est isolé ou pseudo-isolé : } \sum \vec{F}_{\text{ext}} = \vec{0} \Rightarrow \vec{p} = \text{Cste}$$

Expression avec la vitesse pour un système isolé ou pseudo-isolé de **masse constante** :

$$\vec{V} = \text{Cste} (\text{m. r. u})$$

Newton : « Tout corps persévère dans l'état de repos ou de mouvement uniforme en ligne droite dans lequel il se trouve, à moins que quelque force n'agisse sur lui, et ne le contraine à changer d'état. »

- seconde loi de Newton ou théorème du centre d'inertie :  $\sum \vec{F}_{\text{ext}} \neq \vec{0} \Rightarrow \vec{p}$  varie

$$\boxed{\sum \vec{F}_{\text{ext}} = \frac{d\vec{p}}{dt}}$$

Dimension :  $[F] = M L T^{-2}$       Unités : N(Newton)  $\Leftrightarrow kg \cdot m \cdot s^{-2}$

Expression dans le **cas où la masse est constante**

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m\vec{V})}{dt} = m \frac{d\vec{V}}{dt} = m \vec{a} \quad \text{donc} \quad \boxed{\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m \vec{a}}$$

- troisième loi de Newton ou principe des actions réciproques :

$$\text{Interaction entre deux objets A et B : } \vec{F}_{A/B} = - \vec{F}_{B/A}$$