

## Méthode d'Euler pour la chute avec frottement

L'équation différentielle modélisant la chute verticale d'un solide dans un fluide est la suivante :

$$\frac{dv}{dt} = A - B.v^n$$

Par définition :  $\frac{dv}{dt} = \lim_{\delta t \rightarrow 0} \frac{v(t + \delta t) - v(t)}{\delta t}$  donc lorsque  $\delta t$  est petit on a l'expression approchée :

$$\frac{v(t + \delta t) - v(t)}{\delta t} \approx A - B.v(t)^n \quad \text{alors : } v(t + \delta t) \approx v(t) + (A - B.v(t)^n).\delta t$$

Par itération on peut donc calculer les valeurs de la vitesse :

$$v_{i+1} \approx v_i + (A - B.v_i^n).\delta t$$

### Mise en application de la méthode d'Euler

Pour résoudre l'équation différentielle par cette méthode, il faut d'abord connaître la vitesse initiale  $V_0$  et les valeurs de A et B.

- Si on connaît : les masses volumiques du fluide et du solide, le volume  $\mathcal{V}$  du solide et le coefficient de frottement  $k$  qui intervient dans la modélisation de la force de frottement  $f = k.V^n$

On peut alors calculer

$$A = g\left(1 - \frac{\rho_{\text{fluide}}}{\rho_{\text{solide}}}\right) \quad \text{et} \quad B = \frac{k}{\rho_{\text{solide}} \cdot \mathcal{V}}$$

- Si on dispose d'un tracé expérimental de  $V(t)$ , on peut mesurer facilement la vitesse limite  $V_{\text{lim}}$  et le temps caractéristique  $\tau$  et en déduire les valeurs de A et B sachant que :  $V_{\text{lim}}^n = \frac{A}{B}$  et  $\tau = \frac{V_{\text{lim}}}{A}$
- Pour la valeur de n, on peut essayer  $n = 1$  et  $n = 2$  et comparer les résultats de la méthode d'Euler avec les valeurs expérimentales pour en déduire le meilleur modèle pour le frottement fluide.