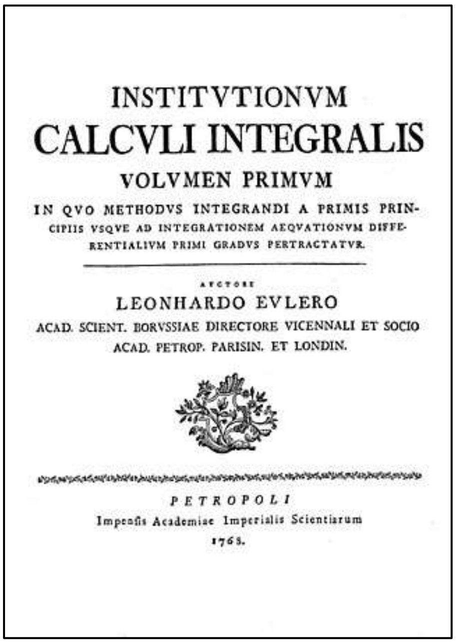
Méthode d'Euler

https://fr.wikipedia.org/wiki/M%C3%A9thode_d%27Euler
En mathématiques, la **méthode d'Euler**, nommée ainsi en l'honneur du mathématicien Leonhard Euler, est une procédure numérique pour résoudre par approximation des équations différentielles du premier ordre avec une condition initiale. C'est la plus simple des méthodes de résolution numérique des équations différentielles.


INSTITVTIONVM
CALCVLI INTEGRALIS
VOLVMEN PRIMVM
IN QVO METHODVS INTEGRANDI A PRIMIS PRINCIPIIS VSQVE AD INTEGRATIONEM AEQVATIONVM DIFFERENTIALIVM PRIMI GRADVS PERTRACTATVR.
AVCTORE
LEONHARDO EVLERO
ACAD. SCIENT. BORVSSIAE DIRECTORE VICENNALI ET SOCIO ACAD. PETROP. PARISIN. ET LONDIN.
PETROPOLI
Impenſis Academiae Imperialis Scientiarum
1768.

Institutiones calculi differentialis
(fondements du calcul différentiel)
Leonhard Euler (1748 - publié en 1755)

Exemple général : soit une équation différentielle (temporelle) du premier ordre dont la solution est la fonction y(t) recherchée :

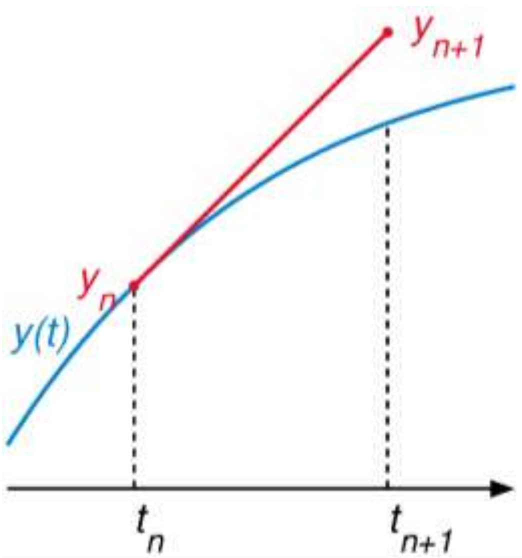
$$\boxed{\frac{dy}{dt} = a\,y + b}$$

Par définition : $\frac{dy}{dt} = \lim_{\delta t \to 0} \frac{y(t+\delta t) - y(t)}{\delta t}$ donc **lorsque δt est petit** on a l'expression approchée :

$$\frac{y(t+\delta t) - y(t)}{\delta t} \approx a\,y + b \quad \text{et donc} \quad y(t+\delta t) \approx y(t) + (a\,y(t) + b)\,\delta t$$

Il s'agit donc de procéder à un calcul itératif de la forme : $\boxed{y_{n+1} = y_n + (a\,y_n + b)\,\delta t}$

Ainsi, graphiquement, on s'appuie sur la tangente au point concerné pour calculer la valeur de y au point suivant.



Il en résulte évidemment une erreur, d'autant plus faible que l'intervalle de temps δt (pas de calcul du calcul itératif) est petit.