Exponentielle et logarithme népérien

La fonction exponentielle

On appelle fonction exponentielle l'unique fonction f dérivable sur R, telle que **$f' = f$ et $f(0)=1$**

On la note **$f(x) = e^x$ ou $\exp(x)$** $e^1 = e = 2{,}718281828\ldots$

Propriétés de la fonction exponentielle :

La fonction exponentielle est continue sur R et **$e^0 = 1$**

Elle est dérivable et ses dérivées successives lui sont égales :

$(e^x)' = e^x$ et n$^{\text{ième}}$ dérivée **$(e^x)^{(n)} = e^x$** et pour tout réel **a : $(e^{ax})' = a\,e^x$**

Relation fonctionnelle :

Pour tous réels a et b on a : **$e^{(a+b)} = e^a \cdot e^b$**

Conséquences : **$e^{(a-b)} = e^a \cdot e^{-b} = e^a / e^b$**

La fonction logarithme népérien et ses propriétés

C'est la fonction ln(x) dont la dérivée est **$(\ln(x))' = 1 / x$**

C'est la fonction réciproque de la fonction exponentielle : **$\ln(e^x) = x$**

$\ln(1) = 0$

$\ln(a.b) = \ln(a) + \ln(b)$ **$\ln(a / b) = \ln(a) - \ln(b)$** **$\ln(1/b) = -\ln(b)$**

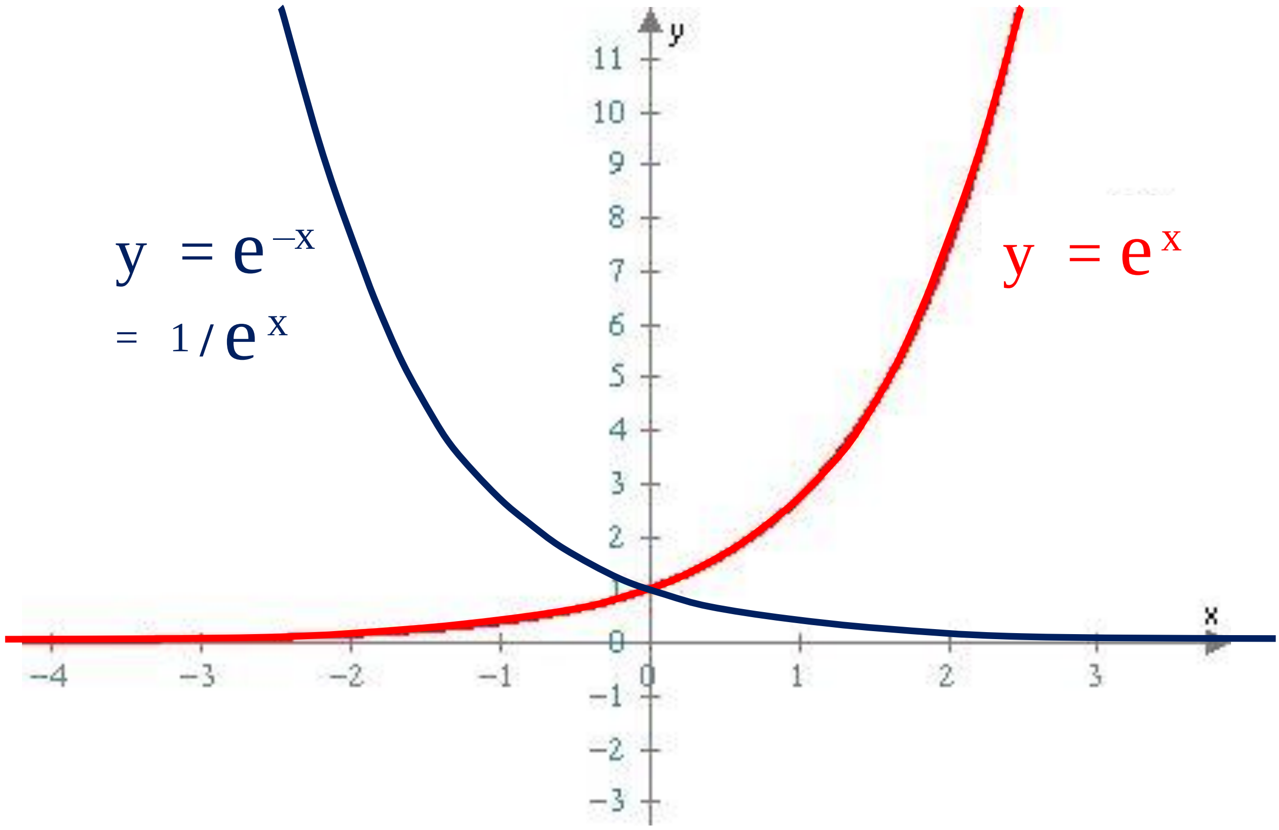
Equations différentielles simples

Equation différentielle $y' = a\,y$

L'ensemble des solutions de l'équation différentielle $y' = ay$ est l'ensemble des fonctions telles que **$y(x) = k\,e^{ax}$** où k est une constante réelle.

Equation différentielle $y' = a\,y + b$

Solutions de la forme : **$y(x) = k\,e^{ax} - b/a$**



y = e^−x
= 1/e^x
y = e^x
y
x
11
10
9
8
7
6
5
4
3
2
1
0
−1
−2
−3
−4
−3
−2
−1
0
1
2
3