Transformations nucléaires du Potassium-40

Capture électronique : $^{40}_{19}K + ^{0}_{-1}\bar{e} \rightarrow ^{40}_{18}Ar$ $\lambda_1 = 0{,}581 \times 10^{-10}$ an^{-1}

Radioactivité β- : $^{40}_{19}K \rightarrow ^{0}_{-1}\bar{e} + ^{40}_{20}Ca$ $\lambda_2 = 4{,}962 \times 10^{-10}$ an^{-1}

Donc d'après la loi de décroissance :

$dN(K) / dt = (\lambda_1 + \lambda_2)\, N(K)$ ou encore $dN(K) / N(K) = (\lambda_1 + \lambda_2)\, dt$

La solution de cette équation différentielle est donc de la forme :

$N(K) = N(K)_0\, e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)\, t}$ ou encore $N(K)_0 = N(K)\, e^{(\lambda_1 + \lambda_2)\, t}$

Pour l'Argon formé on peut également écrire :

$dN(Ar) / dt = \lambda_1\, N(K) = \lambda_1\, N(K)_0\, e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)\, t}$

La solution de cette équation différentielle est alors de la forme :

$N(Ar) = N(Ar)_0 + \lambda_1\, N(K)_0\, [1 - e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)\, t}] / (\lambda_1 + \lambda_2)$

Donc

$N(Ar) = N(Ar)_0 + \lambda_1\, N(K)\, e^{(\lambda_1 + \lambda_2)\, t}\, [1 - e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)\, t}] / (\lambda_1 + \lambda_2)$

Soit encore :

$N(Ar) = N(Ar)_0 + \lambda_1\, N(K)\, [e^{(\lambda_1 + \lambda_2)\, t} - 1] / (\lambda_1 + \lambda_2)$

On considère que la quantité initiale d'argon est nulle car, à haute température il s'échappe du réseau cristallin des roches à température élevée. Donc $N(Ar)_0 = 0$. En revanche il reste piégé lorsque les roches ont refroidi il reste piégé dans le réseau cristallin. Evidemment ce sont des hypothèses simplificatrices dont la validité dépend de l'histoire des roches considérées…

Alors $N(Ar) / N(K) = [e^{(\lambda_1 + \lambda_2)\, t} - 1]\; \lambda_1 / (\lambda_1 + \lambda_2)$

Si on détermine expérimentalement le rapport N(Ar) / N(K) dans une roche <u>actuelle</u> on peut donc calcule l'âge de sa cristallisation (et refroidissement).

$$\boxed{t = [1/(\lambda_1 + \lambda_2)]\, .\, \ln[1 + (N(Ar) / N(K)\, (\lambda_1 + \lambda_2) / \lambda_1]}$$