Exponentielle et logarithme népérien

La fonction exponentielle

La fonction exponentielle est l'unique fonction f dérivable sur R telle que **f ' = f** et **f(0) = 1**

On la note **f(x) =** e^x **ou exp(x)** $e^1 = e = 2{,}718281828\ldots$

Propriétés de la fonction exponentielle :

La fonction exponentielle est continue sur R et $\mathbf{e^0 = 1}$

Elle est dérivable et ses dérivées successives lui sont égales :

$(e^x)' = e^x$ et $n^{ième}$ dérivée $(e^x)^{(n)} = e^x$ et pour tout réel **a** : $(e^{ax})' = a\, e^x$

Relation fonctionnelle :

Pour tous réels a et b on a : $e^{(a+b)} = e^a \,.\, e^b$

Conséquences : $e^{(a-b)} = e^a \,.\, e^{-b} = e^a / e^b$

La fonction logarithme népérien et ses propriétés

C'est la fonction ln(x) dont la dérivée est $(\ln(x))' = 1 / x$

C'est la fonction réciproque de la fonction exponentielle : $\ln(e^x) = x$

ln(1) = 0

ln (a.b) = ln(a) + ln(b) **ln (a / b) = ln(a) – ln(b)** **ln(1/b) = - ln(b)**

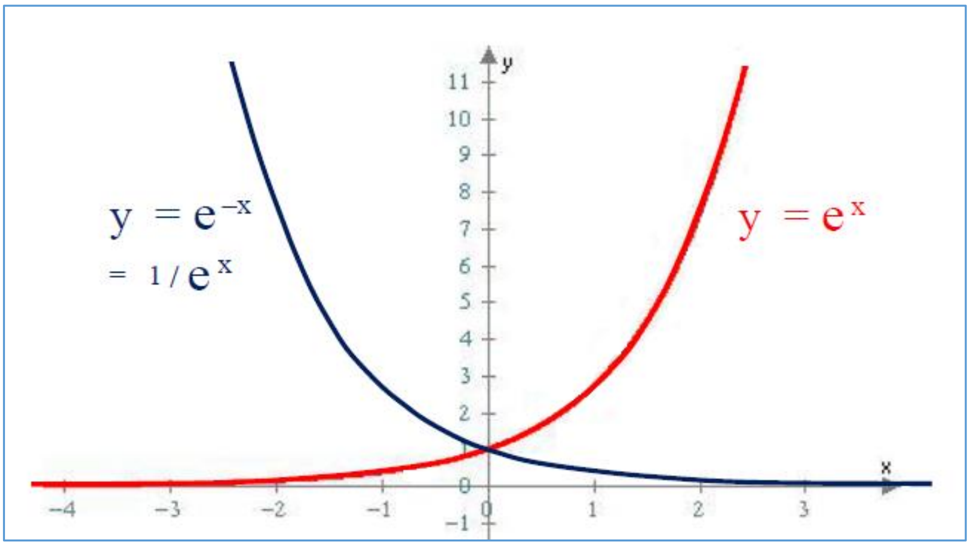
Equations différentielles du premier ordre

Equation différentielle y ' = a y

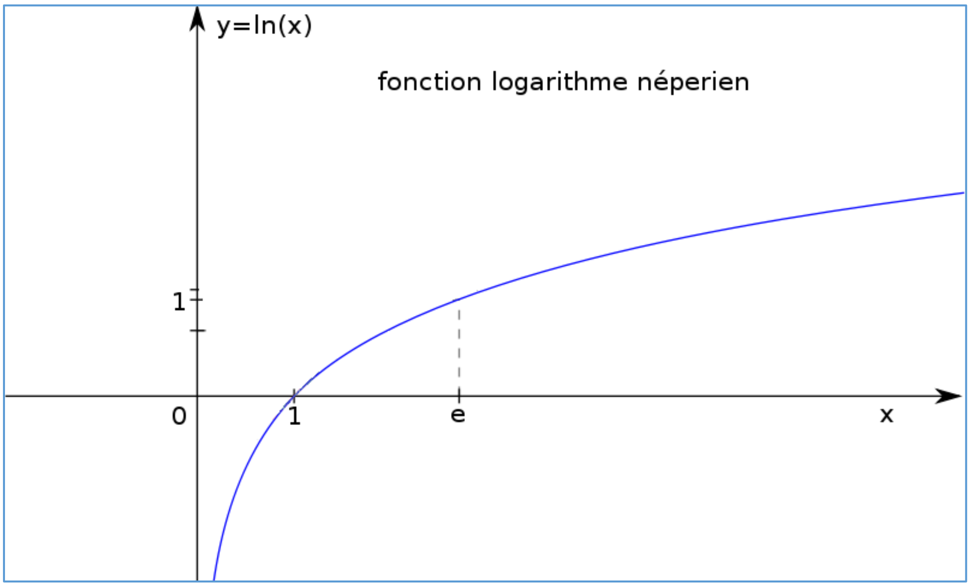
L'ensemble des solutions de l'équation différentielle y ' = ay est l'ensemble des fonctions telles que $y(x) = k\, e^{ax}$ où k est une constante réelle.

Equation différentielle y ' = a y + b

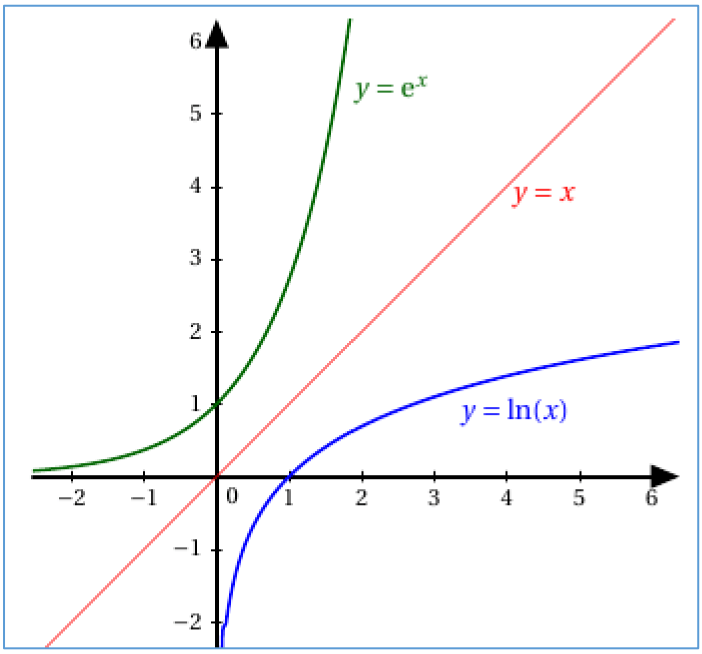
Solutions de la forme : $y(x) = k\, e^{ax} - b/a$



y = e^−x
= 1 / e^x
y = e^x
y
x



y=ln(x)
fonction logarithme néperien
1
0
1
e
x



y = e^x
y = x
y = ln(x)