

Introduction à l'analyse dimensionnelle Eddie Saudrais (extraits)

Le choix des sept grandeurs de base n'est pas unique¹, et les physiciens ont adopté sept grandeurs de base, qui définissent d'ailleurs les unités de base du système international : la masse, la longueur, le temps, l'intensité électrique, la température thermodynamique, l'intensité lumineuse et la quantité de matière (tableau 1).

TAB. 1 – *Les sept grandeurs de base du système international*

Grandeur	Symbole dimensionnel
masse	M
longueur	L
temps	T
intensité électrique	I
température	Θ
intensité lumineuse	J
quantité de matière	N

3.2 Écriture d'une équation aux dimensions

Soit G une grandeur physique. Sa dimension est notée $[G]$. Par exemple, si G est une longueur, on écrira

$$[G] = L . \quad (4)$$

La relation (4) est *l'équation aux dimensions* de la grandeur G .

L'équation aux dimensions d'une vitesse v est

$$[v] = LT^{-1} . \quad (5)$$

Plus généralement, une grandeur peut se décomposer selon la relation (3), où G_1 est une longueur, G_2 une masse, G_3 un temps, G_4 une intensité électrique, G_5 une température, G_6 une intensité lumineuse et G_7 une quantité de matière. On en déduit l'écriture générale de l'équation aux dimensions de la grandeur G :

$$[G] = M^{a_1} L^{a_2} T^{a_3} I^{a_4} \Theta^{a_5} J^{a_6} N^{a_7} . \quad (6)$$

L'équation aux dimensions d'une grandeur G sans dimension se réduit à

$$[G] = 1 . \quad (7)$$

1. Il y en a même une infinité !

4 Utilisation de l'analyse dimensionnelle

4.1 Homogénéité d'une expression

Tester l'homogénéité d'une expression est un critère permettant d'éliminer des résultats dont on sait qu'ils sont nécessairement faux.

Une équation est homogène lorsque ses deux membres ont la même dimension.

Le critère de pertinence s'énonce ainsi :

Une expression non homogène est nécessairement fausse.

On peut énoncer les conséquences suivantes :

1. On ne peut additionner que des termes ayant la même dimension.
2. L'argument d'une fonction transcendante (sin, cos, tan, exp, ln, ch, sh, th) doit être sans dimension.

On manipule les dimensions à l'aide des règles suivantes :

1. La dimension du produit de deux grandeurs est le produit des dimensions de chacune des grandeurs.
2. La dimension de A^r est égale à $[A]^r$, où r est un nombre sans dimension.