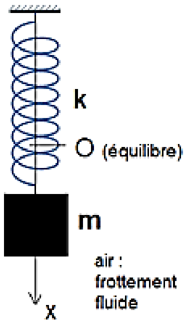
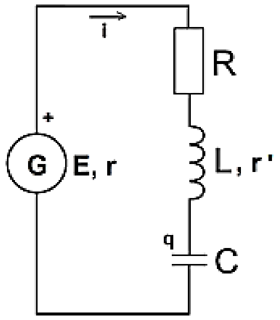
Equation différentielle linéaire d'ordre 2

Consigne individuel puis mise en commun en petit groupe pour la réalisation d'un poster.

En utilisant les résultats de l'étude [1-analogie.pdf] établir l'équation différentielle de chacun des deux systèmes concernés ainsi que l'expression de leurs paramètres d'évolution (période, constante de temps…).

<table>
<tr><th>L'oscillateur élastique (supposé vertical avec des frottements fluides)</th><th>Le circuit électrique (avec un générateur continu)</th></tr>
<tr><td>
</td><td>
</td></tr>
</table>

Solutions de l'équation différentielle

- Si l'amortissement est nul (ou plutôt négligeable) :

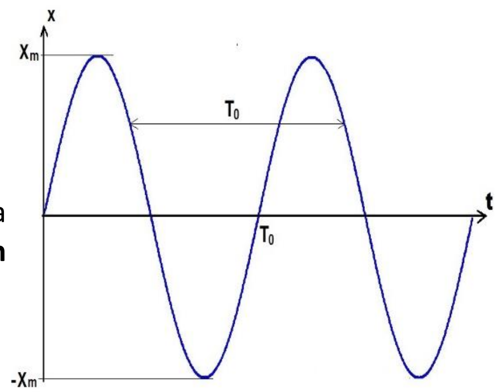
$$x = X_m \sin(\omega_0\, t + \phi)$$

avec **X_m : amplitude** (m)

ω_0 : pulsation (rad.s^{-1})

$\omega_0 = 2\pi\ /\ T_0 = 2\pi\ f_0$ (période propre **T_0** (s) et **fréquence** propre **f_0** (s^{-1} = Hz))

ϕ : phase à l'origine des dates (situation à t = 0)



A l'aide l'équation différentielle et de l'expression de sa solution on peut alors **retrouver, par exemple, l'expression de la période propre** de l'oscillateur mécanique :

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

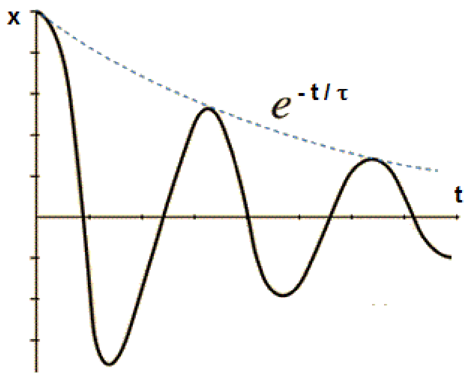
et **son équivalent pour l'oscillateur électrique**.

- Avec amortissement :

On pourrait montrer que la solution de l'équation différentielle sans second membre (E = 0) est de la forme :

$$y = Y_m\, e^{-t/\tau} \sin(\omega\, t + \phi)$$

avec $\omega^2 = \omega_0^2 - 1/\tau^2$



Le paramètre τ, appelé **constante de temps,** est égal à **$\tau = 2L/R_{totale}$** dans le cas du circuit électrique. On peut vérifier que ce paramètre est bien **homogène à un temps**.