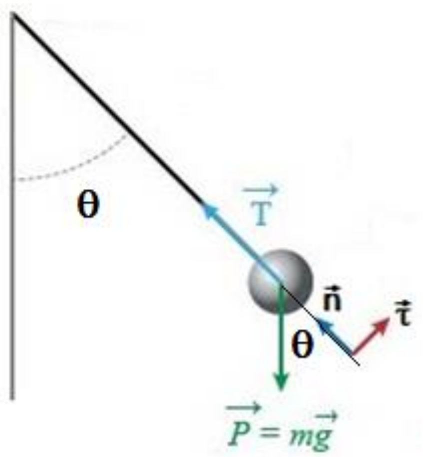
Equation différentielle du pendule

Consigne individuel puis mise en commun en petit groupe pour la réalisation d'un poster.

Etablir l'équation différentielle du pendule ainsi que l'expression de la période propre T_0.

On pourra consulter l'animation : **[pendule-equa-diff.swf].**



L'étude utilise le repère de Frenet (approprié pour les mouvements circulaires) lié au mobile : (τ, n) ; dans ce repère le vecteur accélération a les composantes suivantes :

$$a_n = v^2 / r \quad \text{et} \quad a_\tau = dv/dt$$

Solutions de l'équation différentielle pour θm petit ($\sin\theta \approx \theta$)

et si l'amortissement est nul (ou plutôt négligeable) :

$$\theta = \theta_m \sin(\omega_0 t + \phi)$$

avec θ_m : **amplitude** (m)

ω_0 : **pulsation** (rad.s^{-1})

$\omega_0 = 2\pi / T_0 = 2\pi f_0$ (**période** propre T_0 (s) et **fréquence** propre f_0 (s^{-1} = Hz))

ϕ : **phase à l'origine** des dates (situation à t = 0)

A l'aide l'équation différentielle et de l'expression de sa solution on peut alors **retrouver l'expression de la période propre** :

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$