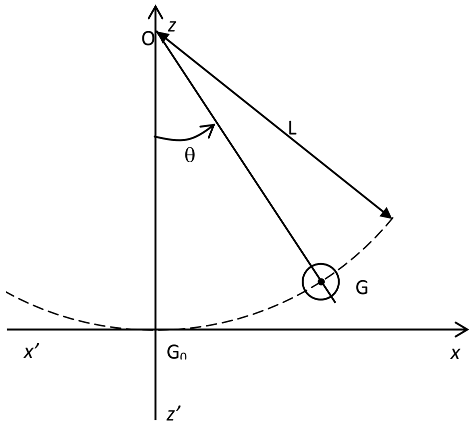
PENDULE SIMPLE ET ENERGIE



Le mouvement d'un pendule a été enregistré à l'aide d'une table à digitaliser reliée à un ordinateur et disposée verticalement. Ce pendule est constitué du mobile à coussin d'air de masse *m*, adapté à la table, suspendu à l'extrémité d'un fil inextensible et de masse négligeable devant celle du mobile. L'autre extrémité du fil est accrochée en un point fixe O. On pourra assimiler ce pendule à un pendule simple de longueur L. Le plan vertical du mouvement du pendule est rapporté à un axe horizontal *xx'* et à un axe vertical *zz'*, d'origine G_0, orientés comme l'indique la figure ci-contre.

Données : L = 41 cm ; *m* = 236 g ; g = 9,8 m.s^{-2}

À l'aide d'un logiciel adapté, on enregistre les différentes positions du centre d'inertie G du mobile. On obtient la succession de points représentée sur le document n°1 présenté en annexe **à rendre avec la copie**.

1. Étude du mouvement

L'intervalle de temps entre deux points consécutifs est τ = 30 ms.

1.1. Déterminer, dans le système d'axes, les valeurs v_3 et v_5 des vecteurs vitesse instantanée du centre d'inertie du mobile aux points G_3 et G_5.

Représenter ces vecteurs, sur le document n°1, en annexe à rendre avec la copie, à l'échelle :1 cm → 0,1 m.s^{-1}.

1.2. Construire, avec l'origine au point G_4, le vecteur $\Delta\overrightarrow{v_4} = \overrightarrow{v_5} - \overrightarrow{v_3}$ et déterminer, à l'aide de l'échelle précédente la valeur Δv_4 du vecteur $\Delta\overrightarrow{v_4}$.

1.3. Calculer la valeur a_4 du vecteur accélération du centre d'inertie au point G_4.

2. Étude énergétique

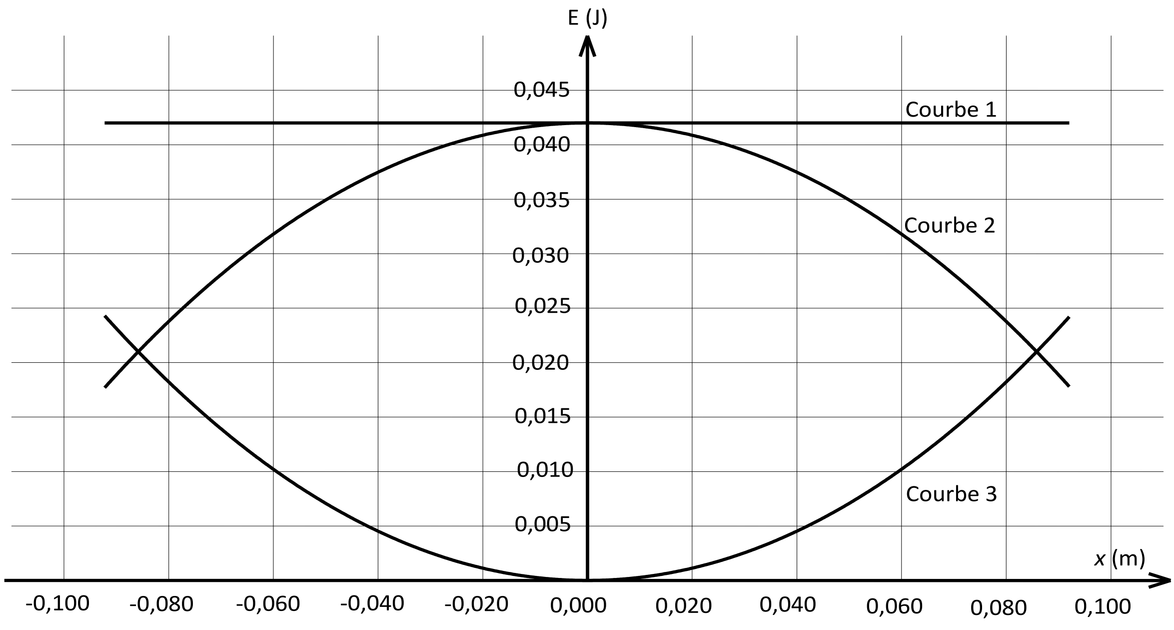
2.1. Étude théorique

Rappeler l'expression en explicitant chaque terme :

- **2.1.1.** de l'énergie cinétique du pendule simple ainsi constitué,
- **2.1.2.** de l'énergie potentielle du pendule en fonction de *z*. Le niveau de référence des énergies potentielles est choisi à la position d'équilibre.
- **2.1.3.** Donner l'expression de l'énergie mécanique totale du pendule.

2.2. Exploitation des courbes d'énergie

2.2.1. En justifiant votre choix, attribuer l'énergie correspondant à chaque type de courbe ci-après.



2.2.2. Expliquer brièvement ce qui se passe du point de vue énergétique lors des oscillations.

2.2.3. Calculer les valeurs de la vitesse maximale du pendule, de la hauteur maximale atteinte par le pendule et de l'abscisse angulaire maximale du pendule.

3. Étude des oscillations

Faire l'analyse dimensionnelle des quatre formules suivantes. En déduire l'expression de la période propre des petites oscillations d'un pendule simple.

$$T_0 = 2\pi\frac{mg}{L}\ ;\ T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{g}{L}}\ ;\ T_0 = 2\pi\frac{L}{g}\ ;\quad T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}.$$

4. Dans la réalité, au cours du temps, on constate que les oscillations sont légèrement amorties.

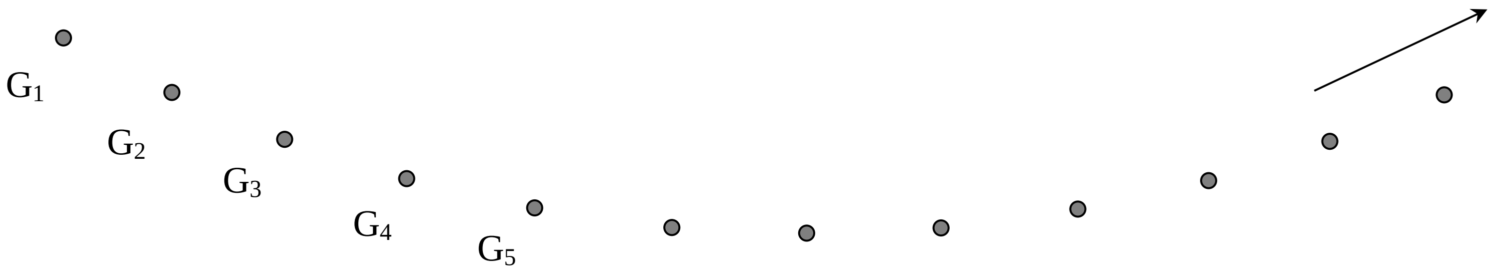
4.1. Quelle est l'origine de cet amortissement ?

4.2. Que devient l'énergie perdue ?

ANNEXE

Document : positions du centre d'inertie du mobile (échelle 1)

Sens du mouvement



CORRIGE

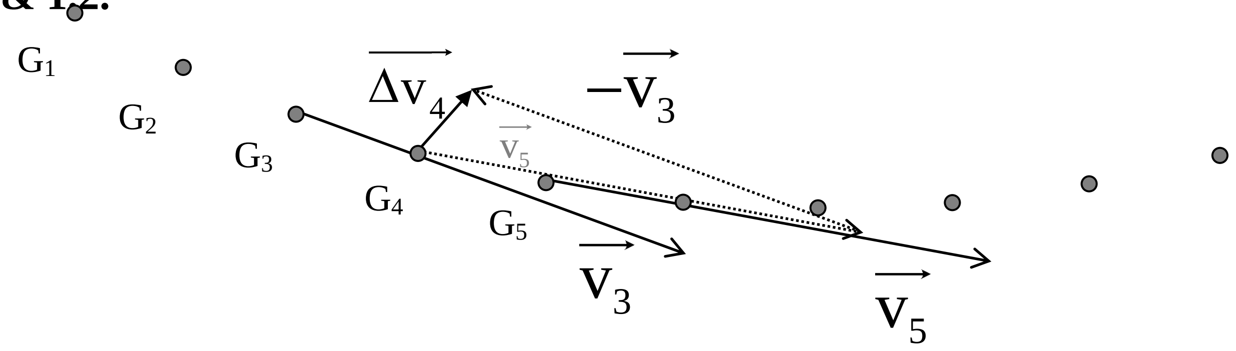
1.1. $G_2G_4 = 3{,}3$ cm $\quad v_3 = \frac{G_2G_4}{t_4 - t_2} = \frac{G_2G_4}{2\tau} \quad v_3 = \frac{3{,}3\times10^{-2}}{2\times30\times10^{-3}}$ = **0,55 m.s⁻¹**

$\vec{v_3}$ point d'application : G_3 ; direction : tangente à la trajectoire passant par G_3 ; sens : sens du mouvement ;
représenté sur le schéma par une flèche de 5,5 cm.

$G_4G_6 = 3{,}6$ cm $\quad v_5 = \frac{G_4G_6}{2\tau} \quad v_5 = \frac{3{,}6\times10^{-2}}{2\times30\times10^{-3}}$ = **0,60 m.s⁻¹** représenté sur le schéma par une flèche de 6,0 cm

$\vec{v_5}$ point d'application : G_5 ; direction : tangente à la trajectoire passant par G_5 ; sens : sens du mouvement ;
représenté sur le schéma par une flèche de 6,0 cm.

1.1. & 1.2.



Graphiquement on mesure $\left\|\overrightarrow{\Delta v_4}\right\| = \Delta v_4 \rightarrow$ 1,1 cm ; avec l'échelle des vecteurs vitesse **Δv_4= 0,11 m.s^{-1}**.

1.3. $a_4 = \dfrac{\Delta v_4}{t_5 - t_3} = \dfrac{\Delta v_4}{2\tau}$ $\qquad a_4 = \dfrac{0{,}11}{60\times10^{-3}}$ = **1,8 m.s^{-2}**

2.1.1. E_C = ½ m.v² avec m masse du mobile en kg, v vitesse du centre d'inertie du mobile en m.s^{-1} et
E_C exprimée en joule.

2.1.2. E_P = m.g.z avec m masse du mobile en kg, g accélération de la pesanteur en m.s^{-2} et
E_P exprimée en joule.

2.1.3. $E_m = E_C + E_P$

2.2.1. Le niveau de référence des énergies potentielles est choisi à la position d'équilibre, donc pour x = 0 alors z = 0. Donc en x = 0, alors $E_P = m.g \times 0 = 0$. La **courbe 3 correspond à E_P**.

La **courbe 1** est la somme des courbes 1 et 2, donc elle représente les variations de **E_m**. Finalement, la **courbe 2 représente les variations de E_C**.

2.2.2. Lors des oscillations, il se produit un transfert d'énergie. Lorsque l'altitude du pendule augmente, il gagne autant d'énergie potentielle de pesanteur qu'il perd d'énergie cinétique.

Lorsque l'altitude diminue, il perd autant d'énergie potentielle de pesanteur qu'il gagne d'énergie cinétique. L'énergie mécanique se conserve.

2.2.3. Vitesse maximale v_{max} :

D'après courbe 2, E_{Cmax} = 0,042 J. $\quad E_{Cmax}$ = ½ m.v²$_{max}$ $\quad v_{max} = \sqrt{\dfrac{2E_{Cmax}}{m}}$ =

$\sqrt{\dfrac{2\times0{,}042}{0{,}236}}$ = **0,60 m.s^{-1}**

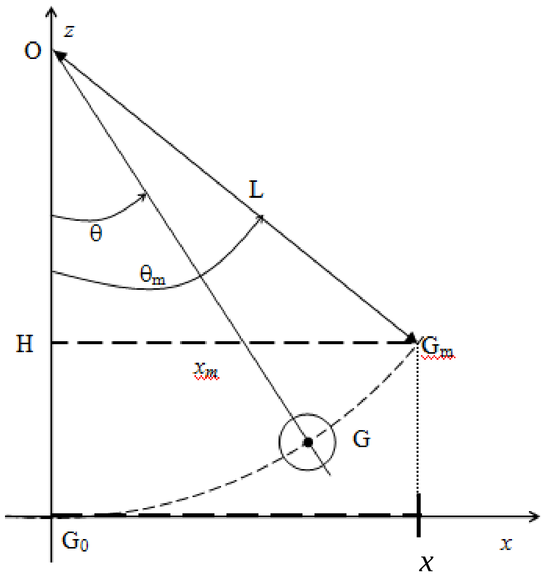
- **Hauteur maximale z_{max} :**

Lorsque le pendule atteint sa hauteur maximale, alors son énergie potentielle de pesanteur est maximale. Tandis que sa vitesse est nulle, donc E_C = 0 J.

$E_m = E_{pmax} + 0$

D'après la courbe 1, $E_m = 0{,}042$ J $\qquad E_{Pmax} = m.g.z_{max} \qquad z_{max} = \dfrac{E_m}{m.g}$

$z_{max} = \dfrac{0{,}042}{0{,}236 \times 9{,}8}$ = $\mathbf{1{,}8\times10^{-2}}$ **m**



- **Abscisse angulaire maximale θ_m :**

Dans le triangle OHG_m :

$\cos\theta_m = \dfrac{OH}{OG_m} = \dfrac{L - z_{max}}{L}$

$\theta_m = \arccos \dfrac{L - z_{max}}{L}$

$\theta_m = \arccos \dfrac{0{,}41 - 0{,}018}{0{,}41}$

$\boldsymbol{\theta_m = 17°}$

remarque : arcos = cos^{-1} *sur la calculatrice*

3. Étude des oscillations

Analyse dimensionnelle g est homogène à une accélération donc $[g] = [L].[T]^{-2}$.

$T_0 = 2\pi \dfrac{mg}{L}$ $\quad [T_0] = [M].[L].[T]^{-2}.[L]^{-1} = [M].[T]^{-2} \neq [T]$ cette expression n'est pas homogène à une durée.

$T_0 = 2\pi\sqrt{\dfrac{g}{L}}$ $\quad [T_0] = ([L].[T]^{-2})^{1/2}.[L]^{-1/2} = [L]^{1/2}.[T]^{-1}.[L]^{-1/2} = [T]^{-1}$ cette expression n'est pas homogène à une durée.

$T_0 = 2\pi \dfrac{L}{g}$ $\quad [T_0] = [L].([L].[T]^{-2})^{-1} = [L].[L]^{-1}.[T]^{2} = [T]^{2} \neq [T]$ n'est pas homogène à une durée.

$T_0 = 2\pi\sqrt{\dfrac{L}{g}}.$ $\quad [T_0] = [L]^{1/2}.([L].[T]^{-2})^{-1/2} = [L]^{1/2}.[L]^{-1/2}.[T] = [T]$

Il s'agit donc de l'expression de la période propre des petites oscillations d'un pendule simple.

4.1. L'amortissement est dû aux frottements dans l'air lors du déplacement.

4.2. L'énergie ne se perd pas, elle se transforme. Ici une partie de l'énergie mécanique se dissipe sous forme de chaleur.