Pendule de Galilée

Documents

1) Texte *(extrait de l'œuvre de Galilée : « Dialogues sur les deux grands systèmes du monde » - 1632)*

Salviati : [...] Quant aux temps d'oscillation de mobiles suspendus à des fils de différentes longueurs, ils ont entre eux même proportion que les racines carrées des longueurs ; si bien que pour obtenir un pendule dont le temps d'oscillation soit double de celui d'un autre pendule, il convient de donner au premier une longueur quadruple de celle du second […].
Sagredo : Vous me donnez à bien des reprises l'occasion d'admirer la richesse et aussi l'extrême libéralité de la nature ; […] quant à conclure que ce même mobile, suspendu à une corde de cent coudées, puis écarté de son point le plus bas tantôt de quatre vingt dix degrés, tantôt d'un degré ou d'un demi-degré seulement, ait besoin du même temps pour franchir le plus petit et le plus grand de ces arcs, cela, je crois, ne me serait jamais venu à l'esprit, et maintenant encore me semble tenir de l'impossible.
Salviati : [...] En fin de compte j'ai pris deux boules, l'une en plomb et l'autre en liège, celle-là au moins cent fois plus lourde que celle-ci, puis j'ai attaché chacune d'elles à deux fils très fins, longs tous deux de quatre ou cinq coudées; les écartant alors de la position perpendiculaire, je les lâchai en même temps ; […] une bonne centaine d'allées et venues, accomplies par les boules elles-mêmes, m'ont clairement montré qu'entre la période du corps pesant et celle du corps léger, la coïncidence est telle que sur mille vibrations comme sur cent, le premier n'acquiert sur le second aucune avance, fût-ce la plus minime, mais que tous deux ont un rythme de mouvement rigoureusement identique.

2) Eléments théoriques pour le pendule simple ***dans le cas des petites oscillations***

- expression de la période propre : $T_0 = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}}$

- énergie potentielle : $E_{pp} = m\,g\,l\,(1 - \cos\theta)$

3) Données (pendule simple non amorti)

encadré 1 :
Les déterminations de T_0 ont été réalisées à partir de la mesure de la durée de 20 oscillations, avec une incertitude de 0,6 s sur cette mesure

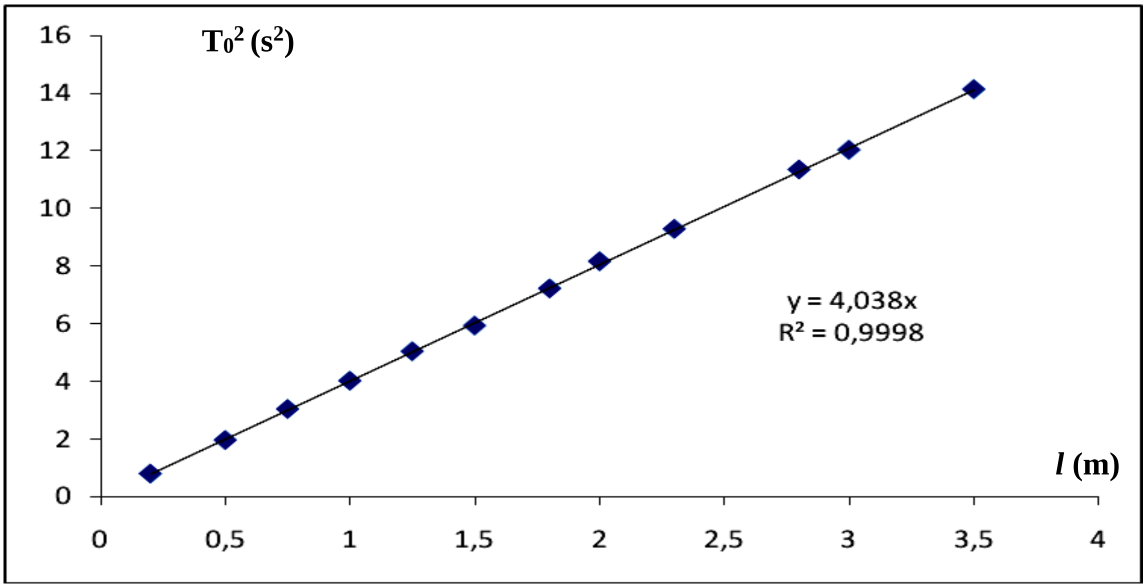
pour l = 1 m	
m (kg)	**T_0 (s)**
0,05	1,99
0,10	2,00
0,25	2,01
0,50	2,00
0,70	2,02
0,80	2,03
0,90	2,00

pour m = 100 g	
l (m)	**T_0 (s)**
0,20	0,91
0,50	1,41
0,75	1,75
1,00	2,01
1,25	2,25
1,50	2,44
1,80	2,69
2,00	2,86
2,30	3,05
2,80	3,37
3,00	3,47
3,50	3,76

encadré 2 :
Amplitude angulaire et période (rapport de la période réelle T à la période théorique T_0)

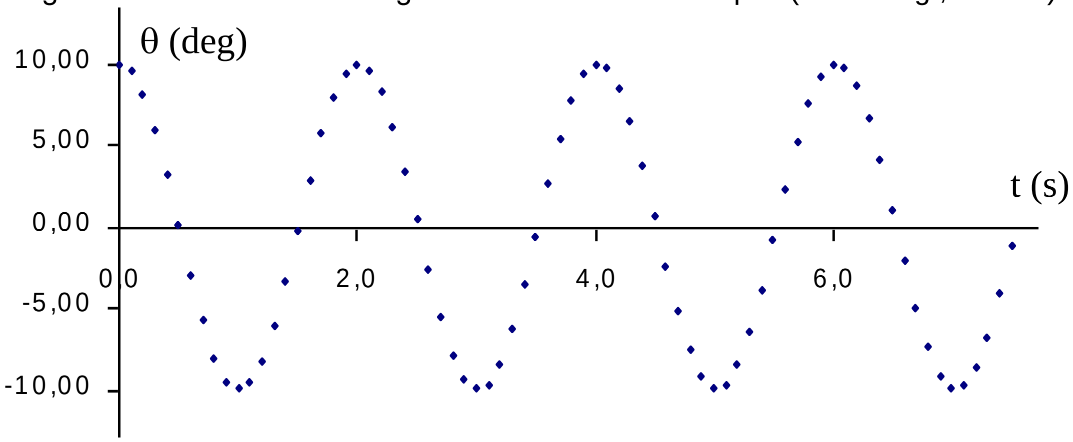
θ_m (degré)	T / T_0
5	1,00
10	1,00
20	1,01
30	1,02
40	1,03
50	1,05
60	1,07
70	1,10
80	1,14
90	1,18

encadré 3 graphe de T_0^2 en fonction de la longueur l



encadré 4 :

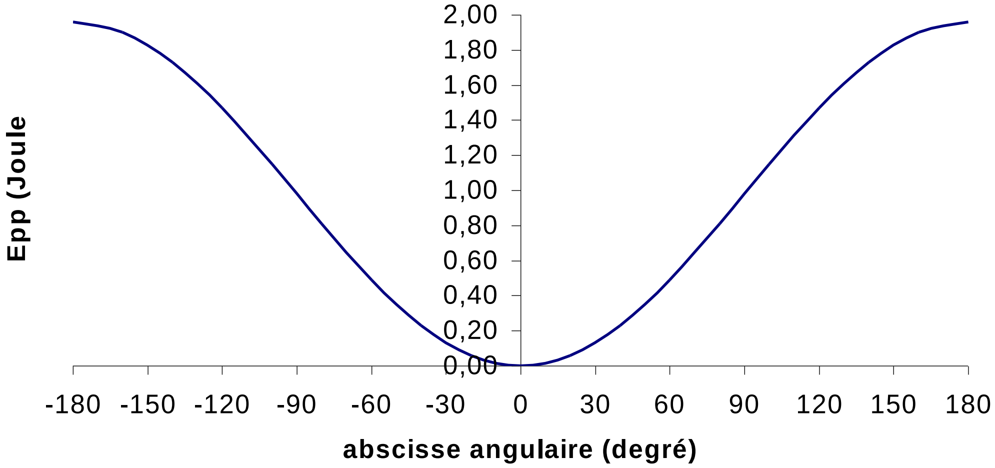
enregistrement de l'abscisse angulaire en fonction du temps : (m = 100 g ; l = 1 m)



encadré 5 :

énergie potentielle de pesanteur en fonction de l'abscisse angulaire :

(m = 100 g ; l = 1 m)



QUESTIONS

1) a) Que désigne le terme « temps d'oscillation » utilisé par Salviati ?
   b) Sagredo a-t-il vraiment raison lorsqu'il dit : « quant à conclure que ce même mobile […] ait besoin du même temps pour franchir le plus petit et le plus grand de ces arcs… » ? Commenter brièvement en utilisant le document 3 (données)
   c) Quelle propriété de la période est évoquée par Salviati dans sa deuxième intervention ?
   d) Cette propriété est elle vérifiée par les données (encadré 1) ? Préciser la réponse en raisonnant sur l'incertitude indiquée.
2) Montrer par l'analyse dimensionnelle que l'expression de la période proposée au document 2 est correcte.
3) Déterminer numériquement la période à partir du graphe de θ(t) (encadré 4). Calculer la valeur théorique à partir des données correspondantes et conclure (on prendra $g = 9{,}8$ m s^{-2}).
4) Pour une vérification plus complète de l'expression de la période on a représenté T_0^2 en fonction de la longueur ***l*** (graphe encadré 3) ; on a modélisé le graphe par une courbe de tendance linéaire passant par l'origine donc l'équation est indiquée sur le graphe ainsi que le coefficient de détermination R^2. Peut-on dire que l'expression théorique de T_0 est vérifiée ? Déterminer la valeur de g.
5) Le document 2 donne l'expression de l'énergie potentielle du pendule : en s'aidant d'un schéma démontrer cette expression.
6) L'encadré 5 représente le graphe de l'énergie potentielle de pesanteur Epp en fonction de l'abscisse angulaire. On écarte ce pendule (m = 100 g ; ***l*** = 1 m) d'un angle de 90 degrés et on lâche sans vitesse initiale.
   a) Calculer, en justifiant, la valeur de l'énergie mécanique du pendule.
   b) Déterminer la valeur numérique de la vitesse V_m lorsque le pendule passe à la position d'équilibre en supposant que les frottements sont négligeables.
   c) Compléter le graphe encadré 5 en représentant l'énergie mécanique et l'énergie cinétique en fonction de θ.

CORRIGE

1 a) période
b) valable seulement pour les petits angles (voir encadré 2) : la période dépend (mais assez faiblement) de l'amplitude
c) la période est indépendante de la masse
d) c'est vérifié à l'encadré 1 ; en effet l'incertitude est de 0,6 s sur 20 oscillations donc de 0,03 s sur une période ; les écarts de valeurs mesurées n'excèdent pas cette incertitude

2) $[g] = [l]\,[t]^{-2}$ alors $[\sqrt{(l/g)}] = \sqrt{([l] / [l]\,[t]^{-2})} = [t] = T$ la période est bien homogène à un temps
3) lecture graphique : $T_0 = 2$ s calcul : $T_0 = 2\pi\sqrt{(l/g)} = 2\pi\sqrt{(1/9{,}8)} = 2$ s correct
4) $T_0^2 = 4\pi^2\, l / g$ théoriquement T_0^2 est proportionnel à l ; ceci est correctement vérifié puisque on peut modéliser par une droite passant par l'origine avec un très bon coefficient de détermination (R^2 presque égal à 1). Le coefficient directeur de cette droite est égal à 4,038 et correspond à $4\pi^2 / g$ donc $g = 4\pi^2 / 4{,}038 = 9{,}78$ m s^{-2} la valeur obtenue est correcte
5) schéma : voir cours Epp = m g z = mg (L – L cosθ) = mg L (1 – cosθ)
6) à t = 0 E_m = Epp + Ec avec Ec = 0
donc E_m = Epp = m g l (1 - cos 90) = m g l = 0,1 . 9,8 . 1 = 0,98 J
b) Pour $\theta = 0$: Epp = 0 alors Ec = ½ m $v^2 = E_m$ donc $v = (2 E_m / m)^{1/2} = 4{,}43$ m s^{-1}