

Dérivée

<https://fr.wikipedia.org/wiki/D%C3%A9riv%C3%A9e>

Sa création est liée à une polémique entre deux mathématiciens : **Isaac Newton et Gottfried Wilhelm Leibniz**. Néanmoins, on retrouve chez des mathématiciens plus anciens les prémisses de ce type de calcul : Pierre de Fermat et Isaac Barrow notamment. L'histoire du calcul infinitésimal remonte même à l'Antiquité, avec Archimète.

La notion de nombre dérivé a vu le jour au XVII^e siècle dans les écrits de Leibniz et ceux de Newton, qui le nomme fluxion et qui le définit comme « le quotient ultime de deux accroissements évanescents ». C'est à Lagrange (fin du XVIII^e siècle) que l'on doit la notation $f'(x)$, aujourd'hui usuelle, pour désigner le nombre dérivé de f en x . C'est aussi à lui qu'on doit le nom de « dérivée » pour désigner ce concept mathématique.

Leibniz et le calcul infinitésimal

Leibniz contribue à l'invention du calcul infinitésimal (calcul différentiel et calcul intégral). Leibniz introduit à ce sujet un nouvel ensemble de notations toujours en usage.

Considérons par exemple la fonction $y = x^2$

Leibniz note dx un accroissement infinitésimal de la variable x

$$y + dy = (x + dx)^2 = x^2 + 2x \cdot dx + dx^2 = y + 2x \cdot dx + dx^2 \text{ alors } dy : 2x \cdot dx + (dx)^2$$

Leibniz indique alors que le terme $(dx)^2$ est négligeable devant $2x \cdot dx$ et donc $dy = 2x \cdot dx$

On trouve ainsi l'expression bien connue de la dérivée de la fonction $y = x^2$: $dy / dx = 2x$

<https://math93.com/index.php/histoire-des-maths/les-developpements/798-une-histoire-du-calcul-differentiel-de-la-derivation-et-des-tangentes>

Le taux d'accroissement. C'est au XVIII^e siècle que **Jean Le Rond d'Alembert** (1717 - 1783) introduit la définition plus rigoureuse du nombre dérivé en tant que limite du taux d'accroissement - sous une forme semblable à celle qui est utilisée et enseignée de nos jours. Cependant, à l'époque de d'Alembert, c'est la notion de limite qui pose problème. C'est seulement avec les travaux de **Weierstrass** au milieu du XIX^e siècle que le concept de dérivée sera entièrement formalisé.

$$f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} t(h) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a + h) - f(a)}{h}$$

In **L'Encyclopédie Méthodique de DIDEROT et D'ALEMBERT**

Differentielle, adj.

On appelle dans la haute Géométrie, quantité différentielle ou simplement différentielle, une quantité infiniment petite, ou moindre que toute grandeur assignable. On l'appelle différentielle ou quantité différentielle, parce qu'on la considère ordinairement comme différence infiniment petite de deux quantités finies, dont l'une surpassé l'autre infiniment peu. NEWTON et les anglais l'appellent fluxion, à cause qu'ils la considèrent comme l'accroissement momentané d'une quantité. LEIBNITZ et d'autres l'appellent aussi une quantité infiniment petite. Calcul différentiel ; c'est la manière de différentier les quantités, c'est-à-dire de trouver la différence infiniment petite d'une quantité finie variable. Cette méthode est l'une des plus belles et des plus fécondes de toutes les Mathématiques ; M. LEIBNITZ qui l'a publiée le premier, l'appelle calcul différentiel, en considérant les grandeurs infiniment petites comme les différences des quantités finies ; c'est pourquoi il les exprime par la lettre d qu'il met au-devant de la quantité différentielle ; ainsi la différentielle de x est exprimée par dx , celle de y par dy , etc. M. NEWTON appelle le calcul différentiel, méthode des fluxions, parce qu'il prend, comme on l'a dit, les quantités infiniment petites pour des fluxions ou des accroissements momentanés. Il considère, par exemple, une ligne comme engendrée par la fluxion d'un point, une surface par la fluxion d'une ligne, un solide par la fluxion d'une surface ; et au lieu de la lettre d , il marque les fluxions par un point mis au-dessus de la grandeur différentielle. Par exemple, pour la fluxion de x , il écrit \dot{x} , pour celle de y , \dot{y} etc. C'est ce qui fait la seule différence entre le calcul différentiel et la méthode des fluxions...

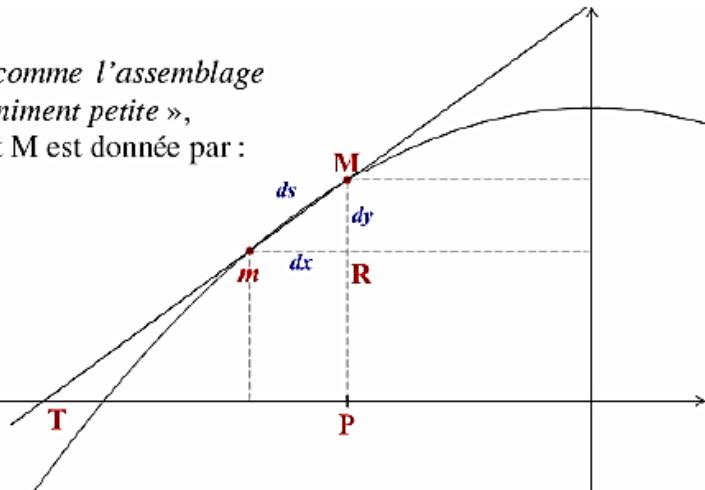
Le calcul différentiel apparaît d'emblée pour les mathématiciens et les physiciens comme un outil puissant. Avec des règles de calcul relativement simples, il permet en premier lieu de répondre aux questions des Grecs, en trouvant des équations d'une tangente à une courbe.

Sous l'hypothèse que

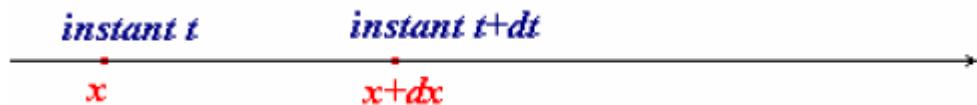
« la ligne courbe puisse être considérée comme l'assemblage d'une infinité de lignes droites chacune infiniment petite »,

la pente de la tangente à une courbe en un point M est donnée par :

$$\frac{PM}{PT} = \frac{RM}{Rm} = \frac{dy}{dx}.$$



Le calcul différentiel permet alors aux physiciens de déterminer la vitesse d'évolution d'un phénomène. Considérons par exemple le mouvement d'un mobile se déplaçant sur une droite. À un instant t , le mobile se trouve à une abscisse x .



Si on considère une distance infiniment petite dx correspondant à un temps infiniment petit dt , la vitesse instantanée à l'instant t s'exprime par :

$$v(t) = \frac{dx}{dt}$$

Ainsi, si l'on connaît la courbe d'évolution de x en fonction du temps, la vitesse à un instant donné sera le coefficient directeur de la tangente au point considéré.